

Intervalle - Premières définitions

Définition

Intervalle

Soit a et b deux nombres réels tels que $a < b$.
 L'intervalle $[a ; b]$ est l'ensemble des réels x tels que $a \leq x \leq b$
 On définira de même les intervalles $]a ; b[$, $]a ; b]$, $[a ; b[$

intervalle	inéquation	Repr. graphique
$[a ; b]$	$a \leq x \leq b$	
$]a ; b[$	$a < x < b$	
$]a ; b]$	$a < x \leq b$	
$[a ; b[$	$a \leq x < b$	

Définition

- On appelle **intervalle ouvert** un intervalle du type $]a ; b[$
- On appelle **intervalle fermé** un intervalle du type $[a ; b]$

•• Infini

Définition

L'ensemble des nombres n'est pas fini, on utilisera la notation ∞ pour représenter cet état.

Notation

- On notera $+\infty$ l'infini du côté positif et $-\infty$ représentera l'infini du côté négatif.
- L'ensemble \mathbb{R} sera donc l'intervalle $] -\infty ; +\infty [$

intervalle	inéquation	Repr. graphique
$[a ; +\infty[$	$a \leq x$	
$]a ; +\infty[$	$a < x$	
$] -\infty ; a]$	$x \leq a$	
$] -\infty ; a[$	$x < a$	

Exercice 1 ★

Déterminer si chacun des nombres suivants appartient à l'intervalle $I = \left] \frac{3}{4} ; 5 \right]$;

$$1 ; \frac{3}{4} ; \frac{5}{8} ; \sqrt{10}$$

Exercice 2

Recopier et compléter avec \in ou \notin :

- $2 \dots]1 ; 3[$
- $0 \dots [-1 ; 2[$
- $\frac{1}{3} \dots \left[\frac{1}{7} ; \frac{1}{2} \right]$
- $5 \dots [-\infty ; 5[$

Exercice 3

Compléter le tableau ci-dessous :

Inégalité	En vert sur la droite	Intervalle
$-10 < x \leq 21$		$x \in]-10 ; 21]$
$-5 \leq x < 0$		
		$x \in]8 ; 15]$
$1 \leq x$		
		$x \in]-\infty ; 2]$

Exercice 4 ★

Résoudre les inéquations suivantes et donner les solutions sous forme d'un intervalle :

- $2x - 3 < 4$
- $20 \geq 5x + 6$
- $3x + 5 > 2x - 8$
- $2x - 4 \leq 4x + 6$

Exercice 5 ★★★

Déterminer tous les entiers naturels appartenant à chacun des intervalles suivants :

$$I_1 = \left[\frac{1}{2} ; \sqrt{7} \right] \quad I_2 = [-2 ; 5] \quad I_3 =]-\infty ; 0,07 \times 10^2 [$$

Intersection, réunion et distance

Définition

Intersection et réunion

- l'**intersection** de deux intervalles I et J est l'ensemble des réels qui appartiennent à la fois à I et J .
- la **réunion** de deux intervalles I et J est l'ensemble des réels qui appartiennent à I ou J .

•• Valeur absolue

Définition

Valeur absolue

La valeur absolue d'un nombre réel x est la distance entre O , l'origine de la droite, et le point M d'abscisse x sur une droite graduée. On a :

$$\begin{cases} |x| = x & \text{si } x \geq 0 \\ |x| = -x & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

Définition

Distance

Soit a et b deux nombres. Plaçons sur la droite réelle d'origine O les points A et B d'abscisses respectives a et b . La distance AB se note $|b - a|$, elle se lit "valeur absolue de $b - a$ ".

Propriété

L'intervalle I centré sur a , tel que $I = [a - r ; a + r]$ est l'ensemble des réels $|x - a| \leq r$

Exercice 6

Pour chacun des intervalles I et J ci-dessous, déterminer leur réunion et leur intersection. Conseil : représenter les intervalles I et J de deux couleurs différentes sur une droite graduée.

1. $I = [-2; 1[$ et $J = [0; 2]$
2. $I =]-\infty; 0]$ et $J =]-2; 2[$
3. $I =]3; 5[$ et $J = [0; 3]$

Exercice 7

Dans les cas suivants, déterminer la réunion $I \cup J$ et l'intersection $I \cap J$ des intervalles I et J

- $I = [-1; 4], J = [2; 5]$
- $I = [-\infty; 4], J = [2; +\infty]$
- $I = [-5; 2[, J =]0; 3]$
- $I = [-1; 4[, J =]4; 5]$

Exercice 8 ★★★

Dans chacun des cas suivants, écrire avec des intervalles et les symboles \cup et \cap l'ensemble des réels x vérifiant la propriété donnée :

- $x < 3$ ou $x \geq 5$
- $x < 8$ et $x \geq 5$
- $-5 < x < 4$ ou $x > 3$
- $x < 6$ et $x \leq 9$

Exercice 9

Écrire sans valeur absolue les nombres suivants :

1. $|-2,75|$
2. $|10^{-2}|$
3. $|\sqrt{2} - 2|$
4. $|\frac{-2}{-3}|$

Exercice 10

Résoudre les équations suivantes :

1. $|x - 8| = 5$
2. $|x + 6| = 4$
3. $|x - 3| = 1$
4. $|x + 1| = -2$

Exercice 11

Résoudre les inéquations suivantes :

1. $|x - 7| < 1$
2. $|x + 3| \leq 2$
3. $|4x - 2| < 6$

Exercice 12

Écrire sous la forme $|x - a| < r$ ou $|x - a| \leq r$ l'ensemble des x appartenant aux intervalles suivants :

- $[-6; 0]$
- $]3,5; 6,3]$
- $] -2; 5[$
- $] -4; 4[$